

ANÁLISIS ARMÓNICO

6-2-1996

EXAMEN FINAL

1.-

(a) Enunciar y demostrar el Test de Dini.

(b) Demostrar que si $f \in L^1(\mathbf{T})$ satisface

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{f(t)}{t} \right| dt < \infty,$$

entonces $S_n[f](0) \rightarrow 0$, cuando $n \rightarrow \infty$.

2.- Demostrar que las siguientes igualdades son ciertas, para $n \in \mathbf{N}$:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{4 \sin x}{17 - 8 \cos x} \sin(nx) dx = \frac{1}{4^n}.$$

3.- Sean $f \in L^1$ y $g \in L^2$.

(a) Sean $f_k, g_k \in L^1 \cap L^2$ y supongamos que

$$f_k \rightarrow f \quad \text{en } L^1 \quad \text{y} \quad g_k \rightarrow g \quad \text{en } L^2.$$

Demostrar que $f_k * g_k \rightarrow f * g$ en L^2 .

(b) Demostrar que $\mathcal{F}(f * g)(x) = \hat{f}(x) \mathcal{F}g(x)$.