

Càlcul Numèric i Eines Informàtiques

PRÀCTIQUES. PRIMAVERA 2001.

Pràctica 1. Considerem la funció

$$f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt.$$

Volem trobar el zero positiu de la equació $f(x) = 0.1$.

- Fixada una tolerància màxima de 10^{-8} feu un programa que calculi $f(x)$ mitjançant el mètode de Simpson.
- Utilitzant el mètode de Newton trobeu l'arrel amb un error més petit que 10^{-6}

Pràctica 2. Donat un interval arbitrari $[a, b]$, trobeu els valors λ_i de manera que

$$\int_a^b p(x)e^x dx = \sum_{i=0}^7 \lambda_i p(x_i)e^{x_i}$$

on $x_i = a + (b - a)i/7$ per a tot polinomi de grau 7.

Utilitzeu la fórmula obtinguda en l'apartat anterior com a base per a calcular

$$\int_0^5 x^2 \sin xe^x dx,$$

trencant l'interval $[0, 5]$ en 15 subintervalls on apliquem la fórmula anterior.

Pràctica 3.

1. Interpoleu \sqrt{x} per una funció polinòmica a troços $p(x)$. La funció $p(x)$ ha de ser lineal a l'interval $[0.0, 0.001]$, quadràtica a $[0.001, 0.01]$ i cúbica als intervals $[0.01, 0.1]$ i $[0.1, 0.5]$. Feu que la funció $p(x)$ sigui \mathcal{C}^0 a 0.001, \mathcal{C}^1 a 0.01 i \mathcal{C}^2 a 0.1 i que interpoli \sqrt{x} als punts 0.001, 0.01, 0.1 així com als punts intermedis del segon, tercer i quart interval.
2. Feu un programa que faci els càlculs i trobeu el màxim error de la funció interpoladora als punts: 0, 10^{-5} , 10^{-4} , 5×10^{-4} , 10^{-3} , 5×10^{-3} , 10^{-2} , 5×10^{-2} , 10^{-1} , 0.02, 0.04, ..., 0.5.
3. A la vista dels resultats de l'apartat anterior, ajusteu els extrems dels intervals per reduir l'error màxim (encongint els intervals on l'error sigui més gran).

Pràctica 4. Disposem de la següent taula de valors:

| x | y | x | y |
|-------|------|-------|------|
| 10.0 | 0.42 | 12.0 | 1.52 |
| 10.2 | 0.48 | 12.04 | 1.87 |
| 10.4 | 0.51 | 12.08 | 2.35 |
| 10.6 | 0.52 | 12.12 | 2.89 |
| 10.8 | 0.53 | 12.16 | 3.40 |
| 11.0 | 0.55 | 12.20 | 3.83 |
| 11.2 | 0.58 | 12.28 | 4.27 |
| 11.4 | 0.61 | 12.36 | 4.53 |
| 11.6 | 0.65 | 12.44 | 4.62 |
| 11.8 | 0.74 | 12.50 | 4.64 |
| 11.89 | 0.91 | 13.0 | 4.64 |
| 11.96 | 1.29 | 14.0 | 4.64 |

1. Utilitzant els punts amb $x = 10, 11, 12, 12.50, 13, 14$, calculeu el polinomi interpolador i representeu gràficamet els punts de la funció tabulada i el polinomi d'interpolació. Amb el mateix programa, repetiu els càlculs utilitzants els punts amb $x = 10, 10.4, 11, 12, 12.12, 12.28, 12.50, 13, 14$ i $x = 10, 10.4, 11, 11.4, 11.8, 12, 12.08, 12.16, 12.28, 12.44, 12.50, 13, 14$.
2. Utilitzant les rutines **SPLINE** i **SPLINT** de les Numerical Recipes, calculeu la funció spline que interpola les dades de la taula i representeu-la gràficament.

Bibliografia: W.T. Vetterling, S.A. Teukolsky, W.H. Press i B.P. Flannery: *Numerical Recipes in FORTRAN*, Cambridge University Press 1985, Capítol 3, pg. 107. També es pot consultar a la pàgina web:

http://www.ulib.org/webRoot/Books/Numerical_Recipes/bookfpdf.html