Proyectos

Combinatoria y computación en geometría discreta
*(*BFM2003-00368, 2003-2006)

Métodos algorítmicos y estructuras combinatorias en geometría computacional
(MTM2006-01267, 2006-2009)

Proyectos

Combinatoria y computación en geometría discreta
*(*BFM2003-00368, 2003-2006)

Métodos algorítmicos y estructuras combinatorias en geometría computacional
(MTM2006-01267, 2006-2009)

Mayoría de participantes en la Universidad Politécnica de Cataluña

Tienen la geometría computacional como tema central, pero no único

MIEMBROS DEL EQUIPO

PERMANENTES UPC	Mercè Claverol
	Roser Guàrdia
	Carmen Hernando
	Ferran Hurtado (IP)
	Antonio Montes
	Mercè Mora
	Vera Sacristán
	Carlos Seara
	Joan Trias
INCORPORPORACIONES UPC 2003-2006	Clemens Huemer (becario FPI)
	Montserrat Manubens (becaria UPC)
	Julian Pfeifle (inv. Juan de la Cierva)
	David Wood (inv. MEC + Marie Curie)
INCORPORPORACIONES U Zaragoza 2006-2009	Alfredo García
	Javier Tejel

MIEMBROS DEL EQUIPO

Intensificaciones

- ■ Geometría computacional
- ■ Geom. discreta y combinatoria
- ■ Teoría de grafos
- ■ Álgebra computacional

	Geometría computacional	Geom. discreta y combinatoria	Teoría de grafos	Álgebra computacional
Mercè Claverol	■	■	■	
Roser Guàrdia		■		
Carmen Hernando		■	■	
Ferran Hurtado	■	■	■	
Antonio Montes			■	■
Mercè Mora	■		■	
Vera Sacristán	■	■		
Carlos Seara	■	■	■	
Joan Trias	■			

	Geometría computacional	Geom. discreta y combinatoria	Teoría de grafos	Álgebra computacional
Clemens Huemer	■	■	■	
Montserrat Manubens				■
Julian Pfeifle		■		
David Wood	■	■	■	

	Geometría computacional	Geom. discreta y combinatoria	Teoría de grafos	Álgebra computacional
Alfredo García	■	■	■	
Javier Tejel	■	■	■	

REVISTA	**#**
Computational Geometry: Theory and Applications	6
Discrete Mathematics	4
International Journal of Computational Geometry and Applications	3
Graphs and Combinatorics	2
Electronic Notes on Discrete Mathematics	2
Information Processing Letters	1
Computers & Operations Research	1
Theoretical Computer Science	1
Journal of Vision Communication and Image Understanding	1
Discrete Applied Mathematics	1
Journal of Geometry	1
Mathematische Annalen	1
Israel Journal of Mathematics	1
Experimental Mathematics	1
Linear Algebra and its Applications	1
Linear and Multilinear Algebra	1
Contemporary Mathematics	1
Journal of Symbolic Computation	1
Computer Graphics Forum	1
Journal of Computational Biology	1

Revistas de los artículos publicados o aceptados

(diciembre 2003 hasta marzo 2006)

Temática de los artículos sobre geometría y matemática discreta

(enero 2001 hasta marzo 2005)

Diseño de algoritmos geométricos	20.5	Análisis locacional	4
Grafos geométricos	17.5	Informática gráfica	2.5
Geometría discreta	7.5	Biología computacional	1
Geometría combinatoria	7	Sistemas de información geográfica	1
Teoría de grafos	6	CAD/CAM	1
Fundamentos geométricos	4.5	Reconocimiento automático	1
Diseño de algoritmos	1.5	Telemática	1
Estadística computacional	1	Metrología	1
		Robótica	1

Subgrupo Algebra Computacional

Responsable: Antonio Montes

e-mail: antonio.montes@upc.edu

url: http://www-ma2.upc.edu˜montes

Línea de trabajo:

Algoritmos para la Discusión de
Sistemas Polinómicos con Parámetros.

Subgrupo Algebra Computacional

Responsable: Antonio Montes

e-mail: `antonio.montes@upc.edu`

url: `http://www-ma2.upc.edu˜montes`

Línea de trabajo:

Algoritmos para la Discusión de
Sistemas Polinómicos con Parámetros.

Algunas aplicaciones

- Robótica (problema cinemático inverso)
- Modelos químicos
- Equilibrio químico
- Redes eléctricas
- Demostración automática de teoremas geométricos
- Obtención de lugares geométricos
- Eliminación de cuantificadores
- Estudio de variedades paramétricas, dimensión, etc.
- Estabilidad de soluciones (variando parametros)
- ...

Notaciones

K es un cuerpo computable de característica cero ($\mathbb{Q}$).

$\overline{K}$ es una extensión algebraicamente cerrada de K ($\mathbb{C}$).

$\overline{x} = (x_1, \ldots, x_n)$ el conjunto de variables.

$\overline{a} = (a_1, \ldots, a_m)$ el conjunto de parámetros.

$A = K[\overline{a}]$.

$\succ_{\overline{x}}$, $\succ_{\overline{a}}$ órdenes monomiales.

Una especialización $\sigma_{\overline{\alpha}} : A[\overline{x}] \rightarrow \overline{K}[\overline{x}]$ es el homomorfismo consistente en substituir los parámetros $\overline{a}$ por valores concretos $\overline{\alpha} \in \overline{K}^m$.

Sistema de Gröbner Comprehensivo

Dado un ideal $I \subset A[\overline{x}]$, un Sistema de Gröbner Comprehensivo (CGS) del ideal I respecto a $\succ_{\overline{x}}$ es un conjunto de pares tal que

$$\begin{aligned} \mathrm{CGS}(I, \succ_{\overline{x}}) \;\; = \;\; & \{(S_i, B_i) \subset \overline{K}^m \times A[\overline{x}] \; : \; \textstyle\bigcup_i S_i = \overline{K}^m, \\ & \forall \overline{\alpha} \in S_i \;\; (\sigma_{\overline{\alpha}}(B_i) = \mathrm{gb}(\sigma_{\overline{\alpha}}(I), \succ_{\overline{x}}))\}. \end{aligned}$$

Algoritmos existentes

Weispfenning CGB (* REDUCE) (1992-1999)

Weispfenning CCGB (2003)

Sato-Suzuki ACGB (2003)

Suzuki-Sato SCGS (* RISA-ASIR, Maple) (2006)

Gonzalez-Vega, Traverso, Zanoni HFCGS (2000-2005)

Montes MCCGS (* Maple) (2002-2006)

MCCGS

Minimal Canonical Comprehensive Gröbner System (MCCGS) tiene además las siguientes propiedades:

- $\mathcal{S} = \{S_1, \ldots, S_s\}$ es una partition de $\overline{K}^m$
- Los conjuntos S_i son constructibles.
- Las bases B_i especializan a bases de Gröbner reducidas de $\sigma_{\overline{\alpha}}(I)$ y conservan las lpp (potencias principales).
- La partición $\mathcal{S}$ es canónica y mínima y viene dada de forma canónica.

Todo ello lo convierte en un algoritmo muy útil para las aplicaciones.

MCCGS

Minimal Canonical Comprehensive Gröbner System (MCCGS) tiene además las siguientes propiedades:

- $\mathcal{S} = \{S_1, \ldots, S_s\}$ es una partition de $\overline{K}^m$
- Los conjuntos S_i son constructibles.
- Las bases B_i especializan a bases de Gröbner reducidas de $\sigma_{\overline{\alpha}}(I)$ y conservan las lpp (potencias principales).
- La partición $\mathcal{S}$ es canónica y mínima y viene dada de forma canónica.

Todo ello lo convierte en un algoritmo muy útil para las aplicaciones.

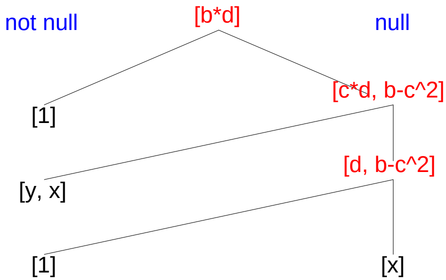
Ejemplo:

Ecuación de la cónica:

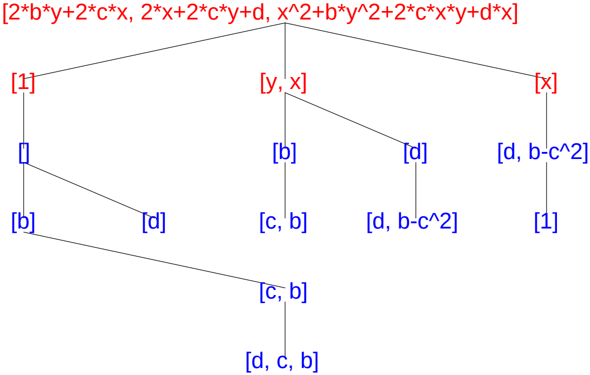
$$f = x^2 + b\,y^2 + 2\,c\,x\,y + d\,x = 0$$

Puntos singulares: $F = [f, \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}]$

Árbol de discusión

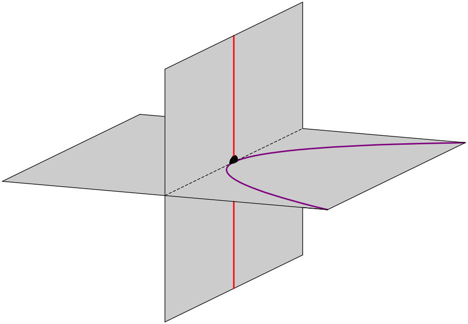


Arbol canónico



$$
\begin{array}{ll}
[1] & \mathbb{C}^3 \setminus ((\mathbb{V}(b) \setminus (\mathbb{V}(c,b) \setminus \mathbb{V}(d,c,b))) \cup \mathbb{V}(d)) \\
[y,x] & (\mathbb{V}(b) \setminus \mathbb{V}(c,b)) \cup \left(\mathbb{V}(d) \setminus \mathbb{V}(d, b-c^2)\right) \\
[x] & \mathbb{V}(d, b-c^2)
\end{array}
$$

Variedades y descripción canónica



Descripción canónica

$$
\begin{array}{ll}
[1] & \mathbb{C}^3 \setminus ((\mathbb{V}(b) \setminus (\mathbb{V}(c,b) \setminus \mathbb{V}(d,c,b))) \cup \mathbb{V}(d)) \\
[y,x] & (\mathbb{V}(b) \setminus \mathbb{V}(c,b)) \cup \left(\mathbb{V}(d) \setminus \mathbb{V}(d, b-c^2)\right) \\
[x] & \mathbb{V}(d, b-c^2)
\end{array}
$$

Intereses

- MCCGS está implementado en Maple y funciona "eficientemente".
- Existen actualmente al menos otros dos algoritmos disponibles para este problema:
  - Weispfenning CGB implementado en REDUCE
  - Suzuki-Sato CGS implementado en RISA-ASIR y Maple
- Dichos algoritmos si bien son más sencillos y algo más rápidos, no dan una discusión tan compacta y útil para las aplicaciones.

Intereses

Estamos interesados en:

- realizar estudios concretos de eficacia de dichos algoritmos,
- disponer de distintas implementaciones en Maple, REDUCE, SINGULAR, RISA-ASIR, Macsyma, Mathematica y otros programas de cálculo simbólico,
- disponer de un centro de experimentación con todo el software disponible y equipos especializados tanto en la implementación en los distintos lenguajes como en el análisis de la complejidad de los algoritmos
- aplicaciones técnicas de los algoritmos.