

# GIMAC



*Grupo de Investigación de  
Matemática Aplicada en Computación*

1

## Líneas de Investigación

---

- ❖ Estudiar los fundamentos matemáticos para el desarrollo de diferentes lógicas no clásicas con aplicaciones a *soft computing*

Centramos nuestra atención en:

1. Lógicas valuadas en **retículos**
2. Lógicas basadas en **relaciones**, tales como las lógicas modales o lógicas super-intuicionistas

3

## Proyectos de investigación

---

- ❖ Deducción y Programación con Lógicas No Clásicas (Plan Nacional TIC2003-09001-C02-01)
- ❖ Lógica, Deducción y Programación para Sistemas Inteligentes (Plan Nacional TIN2006-15455-C03-01)
- ❖ Fundamentos Matemáticos de las Lógicas para Sistemas Inteligentes (Junta de Andalucía, Proy. de Excelencia P6-FQM-02049)

2

## Objetivos generales

---

1. Fundamento matemático general que englobe teorías lógicas en **contextos difusos** (usando para ello retículos residuados y multi-adjuntos)
2. Desarrollo de lógicas modales para el razonamiento cualitativo con órdenes de magnitud, así como de métodos de **deducción automática** para tales lógicas

4

## Problemas computacionales

---

- ❖ Semántica de punto fijo de teorías multi-adjuntas:
  - Tenemos una implementación en MATLAB
- ❖ Cálculo de modelos estables en contexto difuso:
  - Existe software específico: dlv, smodels, ...
  - Tenemos una implementación: tbleq

5

## Semántica clásica de punto fijo

---

- ❖ El modelo mínimo resulta ser el mínimo punto fijo del operador de consecuencias  $T: \mathcal{P}(\Pi) \rightarrow \mathcal{P}(\Pi)$  que se define como

$$T(I)(A) = \begin{cases} 1 & \text{si } I(\mathcal{H}) = 1 \text{ para alguna } \mathcal{H} \rightarrow A \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

y resulta ser una función monótona y continua

7

## Semántica clásica de punto fijo

---

- ❖ Una teoría lógica monótona es un conjunto de reglas del tipo  $(H_1 \wedge \dots \wedge H_n) \rightarrow C$
- ❖ El **significado** de una teoría es su álgebra libre asociada, y coincide con su modelo mínimo
- ❖ Un **modelo** es una función  $I: \Pi \rightarrow \{0,1\}$  tal que para toda regla se tiene que
$$\min\{I(H_1), \dots, I(H_n)\} \leq I(C)$$

6

## Semántica de punto fijo (general)

---

- ❖ El operador de consecuencias se puede extender para trabajar sobre un retículo completo definiendo  $T: L^\Pi \rightarrow L^\Pi$  como

$$T(I)(A) = \sup\{I(\mathcal{H}) \mid \mathcal{H} \rightarrow A \text{ está en la teoría}\}$$

que, en ausencia de negaciones, sigue siendo una función monótona y continua

8

## Problema Computacional

---

- ❖ Implementación de la semántica de punto fijo de las teorías multi-adjuntas
- ❖ Uso de ideas de computación neuronal para reproducir el operador de consecuencias
- ❖ Aplicación del prototipo de implementación a problemas de tamaño razonable

9

## Teorías no monótonas

---

- ❖ ¿Cómo definir el concepto de modelo canónico para teorías con negación?
- ❖ Se presentan múltiples opciones, tales como los modelos estables, los modelos perfectos, los modelos bien fundados, etc.

11

## En ausencia de monotonía

---

- ❖ El paradigma anterior es válido solo cuando se obtiene un operador de consecuencias monótono
- ❖ Por lo tanto no sirve cuando tenemos negaciones entre las hipótesis de las reglas
- ❖ Una teoría monótona tiene un único modelo minimal, pero una teoría no monótona puede tener muchos modelos minimales

10

## Modelos estables de una teoría

---

- ❖ Dada una función  $I: \Pi \rightarrow \{0,1\}$  se considera la teoría cociente  $T/I$
- ❖ La teoría  $T/I$  es monótona, por lo que tiene un modelo mínimo
- ❖ La función  $I$  se dice que es un **modelo estable** si resulta ser el modelo mínimo de  $T/I$

12

## Cálculo y Aplicaciones

---

- ❖ Existen distintos métodos para encontrar modelos estables: dlv, smodels, tbleq, ...
- ❖ Mayor eficiencia en problemas de planificación y combinatoria (ciclos de Hamilton, coloración, ...)
- ❖ Incipiente introducción en la web semántica

13

## Trabajo futuro: generalización

---

- ❖ **Problema teórico:** proporcionar una teoría extendida que trate de forma adecuada los modelos estables en un marco más general
- ❖ **Problema práctico:** Proporcionar un algoritmo para generar los modelos estables de la teoría obtenida en contexto difuso

15

## Problema Computacional

---

- ❖ Uso de tablas semánticas para calcular los candidatos a modelo estable y probar su minimalidad
- ❖ Aplicación del prototipo a problemas de tamaño razonable

14