

OPTIMIZACIÓN Y MÉTODOS VARIACIONALES

GRUPO OMEVA – UNIVERSIDAD DE CASTILLA - LA MANCHA

El tema central de nuestra investigación está dedicado al estudio de problemas variacionales y problemas de control óptimo, con especial atención al diseño óptimo planteado desde un punto de vista variacional. El problema tipo podría formularse del siguiente modo:

$$\text{Minimizar en } \chi: \quad I(\chi) = \int_{\Omega} F(\chi(x), \nabla u(x)) dx$$

donde u es la solución de

$$\operatorname{div}[G(\chi(x), \nabla u(x))] = 0 \text{ en } \Omega.$$

Las características comunes de la mayoría de los problemas que estudiamos tienen que ver con la ausencia de solución óptima y la aparición de un comportamiento altamente oscilatorio en las sucesiones minimizantes, que se presenta como el objetivo principal en las aplicaciones relacionadas con estos problemas.

Estos fenómenos de oscilación presentan dificultades numéricas importantes, pues los métodos numéricos empleados (esencialmente métodos de descenso) terminan en mínimos locales que no capturan la información buscada. Por otro lado, la persistencia de las oscilaciones se mantiene en escalas cada vez más pequeñas, haciendo computacionalmente inviable el uso estándar de elementos finitos.

La técnica que empleamos para abordar este tipo de problemas persigue la obtención de una relajación (o subrelajación) del mismo a través de una reformulación del problema típicamente variacional, la cual involucra la aparición de ciertas envolturas convexas. El análisis numérico de estas envolturas supone también un reto interesante, no existiendo hasta el momento métodos computacionales eficientes para el cálculo de las mismas (en esencia se trata de un problema de similares características a los ya mencionados).

Desde el punto de vista computacional, las aproximaciones numéricas realizadas se han basado en el uso de elementos finitos para discretizar el problema y de rutinas para optimización no lineal que usan métodos tipo quasi-Newton (BFGS) y algoritmos SQP, con los que nos encontramos las dificultades comentadas más arriba. La incorporación de técnicas adaptativas en el mallado o el uso de algoritmos de optimización global son propuestas en las que nos gustaría centrarnos, que pensamos pueden mejorar el análisis hecho hasta ahora. Por el momento, las aproximaciones realizadas han hecho uso de rutinas ya implementadas (p.e. SNOPT). Entendemos que habría que desarrollar métodos más específicos para afrontar las dificultades presentes en estos problemas.