

Càlcul Diferencial en Diverses Variables
Primer quadrimestre del curs 2016-2017
Laboratori 2

1. Per a $\alpha > 0$, estudeu la diferenciabilitat en \mathbb{R}^2 de la funció

$$f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{4(y-1)^5}{(x^2 + (y-1)^2)^\alpha}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 1), \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0, 1). \end{cases}$$

2. Sigui $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funció de classe \mathcal{C}^1 que compleix $f(1, 0) = 2$ i $\nabla f(1, 0) = (3, 4)$. Definim $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ de la forma

$$F(x, y) = f(xy^2, x^3 - y^2).$$

- (a) Justifiqueu la diferenciabilitat de F en \mathbb{R}^2 .
- (b) Calculeu el gradient de F en el punt $(1, -1)$.
- (c) Calculeu la derivada direccional de F respecte de $u = (3/5, 4/5)$ en el punt $(1, -1)$.
- (d) Calculeu la matriu Jacobiana i la diferencial de F en $(1, -1)$.
- (e) Quina és l'equació del pla tangent a la gràfica de f en $(1, -1)$?